

3年 5章 相似と比 「相似比と面積比」

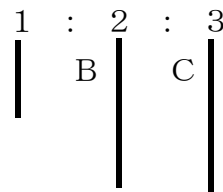
1 問題と問題の意図

— <問題> —

長さの比が 1 : 2 : 3 の 3 本のひもがある。

それぞれのひもで同じ形（相似）の三角形を作った A B C

とき、面積の比は 1 : 2 : 3 になるだろうか。

$1 : 2 : 3$


※ 3 本のひもを用意する。

<問題の意図>

相似な図形では、周囲の長さの比がそのまま面積比になると直観的に考える生徒は多い。そこで、実際に長さの異なる 3 本のひもで演示し、面積比を予想させる。予想が分かれることから関心を高め、具体例を通して理解できるようにする。

2 本時の目標

相似な図形での相似比と面積比の関係について理解する。

3 授業の流れ

(1) 実際に 3 本のひもを用意して問題を説明し「面積比は 1 : 2 : 3 になるだろうか」と板書する。すぐに予想させると、「正しい」派が多いだろう。

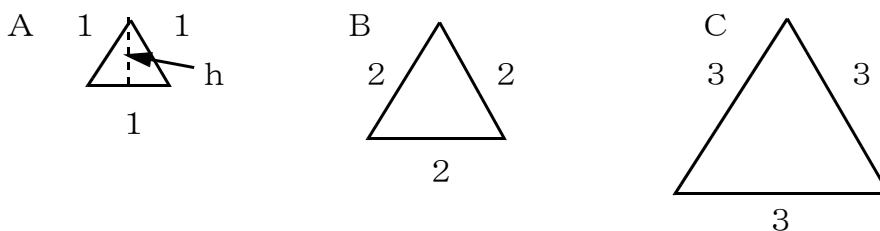
「本当に正しいか？」と問い返し、少し時間を与えて考えさせる。

ひもの長さは考えやすいように決めてよし、例えば A を 3 cm とする。

(2) 「面積比は 1 : 2 : 3 にならない」といった声が出てきたところで、「正しい面積の比を求めよう」を課題とする。

(3) 予想される生徒の考え

① 多くの生徒が正三角形を考えるだろう。ひもを用いて周囲の長さの比が辺の長さの比（相似比）になることを確認する。

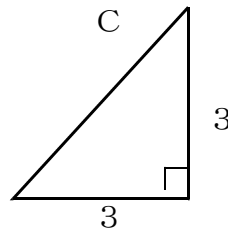
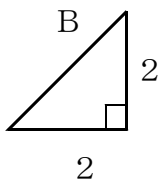
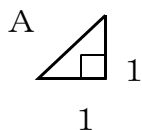


底辺の長さは分かるが、高さが分からない。そこで、△Aの高さを文字で表し h とする。△B, △Cの高さはそれぞれ 2 h, 3 h と表すことができる。

$$\begin{aligned} \triangle A &= 1 \times h \times 1/2 & \triangle B &= 2 \times 2 h \times 1/2 & \triangle C &= 3 \times 3 h \times 1/2 \\ &= \frac{h}{2} & &= 2 h & &= \frac{9 h}{2} \end{aligned}$$

$$\text{面積比は, } \frac{h}{2} : 2 h : \frac{9 h}{2} = 1 : 4 : 9$$

- ② 直角二等辺三角形を考えた生徒がいた場合取り上げる。ひもを用いて周囲の長さの比が辺の長さの比（相似比）になることを確認する。



$$\begin{aligned}\triangle A &= 1 \times 1 \times 1/2 \\ &= \frac{1}{2}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\triangle B &= 2 \times 2 \times 1/2 \\ &= 2\end{aligned}$$

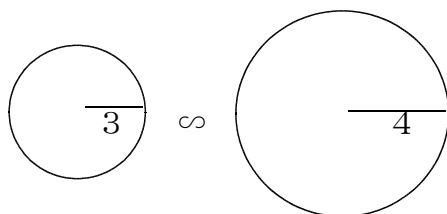
$$\begin{aligned}\triangle C &= 3 \times 3 \times 1/2 \\ &= \frac{9}{2}\end{aligned}$$

$$\text{面積比は, } \frac{1}{2} : 2 : \frac{9}{2} = 1 : 4 : 9$$

- (4) 面積比が相似比の2乗になっていることを確認する。
 (5) 相似比が3:4になるような図形を1組考えて、面積比が相似比の2乗になることを確かめさせる。円や正方形を考える生徒が多いだろう。

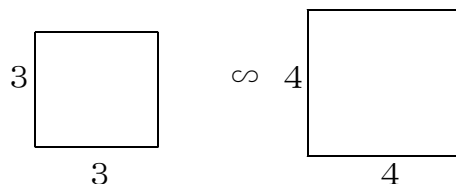
① 円の場合

$$\begin{aligned}\text{面積比} &= 3^2 \pi : 4^2 \pi \\ &= 9 : 16\end{aligned}$$



② 正方形の場合

$$\begin{aligned}\text{面積比} &= 3 \times 3 : 4 \times 4 \\ &= 9 : 16\end{aligned}$$



- (6) 相似な図形では、相似比がm:nのとき、周囲の長さの比はm:n、面積比はm²:n²になることを確認してまとめる。

(7) 練習問題

すぐに予想させると、5 cm、6 cmなど色々な反応が出るだろう。切り取る扇形は元の扇形と相似になることを確認する。

半径を x cm とすると、

$$x^2 : 10^2 = 1 : 2$$

$$x = 5\sqrt{2} (\approx 7)$$

7 cm で切ると面積比は49:51になり、ほぼ等分される。

半径 10 cm の扇形のピザを図のように切って平等に分けたい。何cmのところまで切ればよいだろうか。

